

13. szakkör

Megbeszélőnivalók:

12.2. feladat: Legyen $x, y, z, w > 0$.

a) Bizonyítsd be, hogy

$$\sqrt[3]{xyz} \leq \frac{x + y + z}{3}.$$

b) Bizonyítsd be, hogy

$$\sqrt[4]{xyzw} \leq \frac{x + y + z + w}{4}.$$

Mikor áll fenn egyenlőség valamelyik esetben?

12.5. feladat: Az ABC általános háromszög síkjában hol lehetnek azok a P pontok, melyekre $T(APB) = T(CPB)$?

Gondolkodnivalók:

13.3. feladat: Melyek azok az x és y természetes számok, amelyek igazgá teszik az alábbi egyenletet:

$$x \cdot (y - 18) + 7 = x \cdot \sqrt{\frac{x + y}{3}}$$

13.4. feladat: 2021 nemnegatív valós szám összege 1. Válasszunk ki közülük kettőt az összes lehetséges módon, a kétféle sorrend külön lehetőségnek számít. Képezzük a két szám szorzatának és összegének szorzatát, majd adjuk össze az így kapott szorzatokat. Mennyi ennek az összegnek a maximuma?

12.6. feladat: Egy ABC háromszög belsejében található egy P pont. Húzzunk párhuzamosokat P ponton keresztül az AB , BC és CA oldalakkal, legyenek ezek rendre e , f , g . Legyen $e \cap AC = E$, $e \cap BC = F$, $f \cap AB = G$, $f \cap AC = H$, $g \cap AB = I$, $g \cap BC = J$. Húzzuk be az EB , GC , JA szakaszokat, melyek egymást X , Y , Z . (EB és AJ metszéspontja X , CG és BE metszéspontja: Y , AJ és GC metszéspontja: Z .) Mutasd meg, hogy AEX , BYG és ZJC háromszögek területeinek összege megegyezik az XYZ háromszög területével.

13.1. feladat: Bizonyítsuk be, hogy ha egy trapéz két alapja a és b hosszúságú, akkor annak az alapokkal párhuzamos szakasznak a hossza, amelyik:

- két hasonló trapézra bontja az eredetit
- keresztülmegy az átlók metszéspontján
- felezi a trapéz területét

ebben a sorrendben megegyezik a és b mértani, harmonikus és négyzetes közepével.